Université BORDEAUX I

Année 1996-97
Session de mars

DEA d'informatique

Option: informatique graphique
Module fondements (J.P.Braquelaire)

Durée: 2 heures
Tous documents autorisés

Première partie

Cette partie a pour but d'étudier une transformation géométrique rapide d'image (voir également *Fast Geometrical Manipulations of Digital Images*, Braccini and Marino, CGIP 13, pp 127–142, 1980).

On note x_P et y_P les coordonnées d'un point P dans le repère euclidien Oxy. On appelle **longueur** d'un chemin discret le nombre de ses points moins 1. On note $|PQ|$ la longueur de la droite discrète reliant P à Q. On note respectivement $\lceil x \rceil$, $\lfloor x \rceil$, et $\lfloor x \rfloor$ les approximations entières par excès, exacte et par défaut du réel x.

On considère une région rectangulaire $R = OABC$ du plan discret dont les côtés sont parallèles aux axes du repère Oxy – on supposera que OA (resp OB) est le grand côté (resp. petit) et qu'il est parallèle à l'axe Ox (resp. Oy).

On considère enfin une rotation ρ d'angle θ par rapport à O (on supposera $0 < \theta \leq \pi/4$). Les points A', B' et C' sont les approximations dans le plan discret des points $\rho(A)$, $\rho(B)$, et $\rho(C)$ (par exemple $x_{A'} = \lfloor x_{\rho(A)} \rceil$). On note R' la région $OA'B'C'$,

1) – 2 points – Exprimer en fonction de x_A les valeur des quantités $|OA|$ et $|OA'|$.

2) – 3 points – Soit $\delta_0, \ldots, \delta_{|OA'|}$ la suite des pas élémentaires de la droite discrète OA'. On considère l'ensemble des points obtenus en appliquant cette suite de pas à chaque point de la droite discrète OB'. Montrer à l'aide d'un exemple que tous les points de la région R' ne sont pas parcourus.

3) – 4 points – À partir de l'exemple précédent, proposer une solution, basée sur une modification de l'algorithme de traçage de droite discrète pour parcourir chaque point de la région R' **exactement** une fois (on demande de justifier cette solution).

4) – 3 points – On se donne une fonction de rendu I ayant comme domaine l'ensemble des points de R et associant à chaque point P de R une couleur $I(P)$. Sans calculer explicitement de rotation, adapter le balayage de la question précédente de manière à affecter à chaque point P' parcouru la couleur $I(P'')$ d'un point P'' de R *proche* de $\rho^{-1}(P')$.

Deuxième partie

Cette partie porte sur la réduction ou l'élargissement d'une image numérique par ré-échantillonnage (voir également *General Filtered Image Rescaling.* D.Schumacher, Graphics Gems III, pp.8-16, 1992). On se limite à une transformation dans une direction, par exemple en x. On peut donc travailler ligne par ligne sur un signal de dimension 1.

On considère les points de l'image de départ comme des échantillons prélevés à chaque unité sur un signal continu sous-jacent Σ. Le ré-échantillonnage consiste à prélever sur Σ un échantillon tous les $\frac{1}{K}$ unités, K étant le facteur d'agrandissement.

On rappelle qu'on obtient une approximation de Σ en opérant une convolution du signal échantillonné avec un filtre de reconstruction.

6) – 5 points – Les figures I à IV montrent 4 exemples d'élargissement d'une image d'un facteur 12. Les fonctions de reconstructions sont respectivement un filtre *boite*, un filtre *tente*, un filtre *en cloche* proche d'une gaussienne, et un filtre de Lancsoz approximant la fonction *sinc*. Expliquer et commenter les résultats obtenus.

7) – 2 points – La figure V est une réduction d'une image tramée de taille 600×600 (la figure VI montre un extrait de la figure I à l'échelle 1). La figure VII est une réduction de 30 % de la figure V obtenue par un sous-échantillonnage. Expliquer l'effet de moiré que l'on observe sur l'image réduite. Comment peut-on le supprimer ?

8) – 1 point – Quelle est la façon la plus efficace de généraliser à une transformation dans les deux directions (justifier la réponse) ?

Figure I

Figure II

Figure III

Figure IV

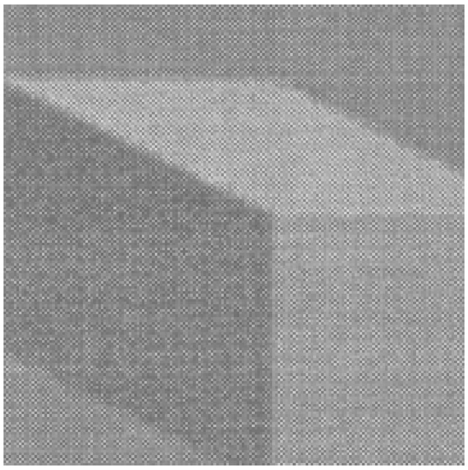

Figure V

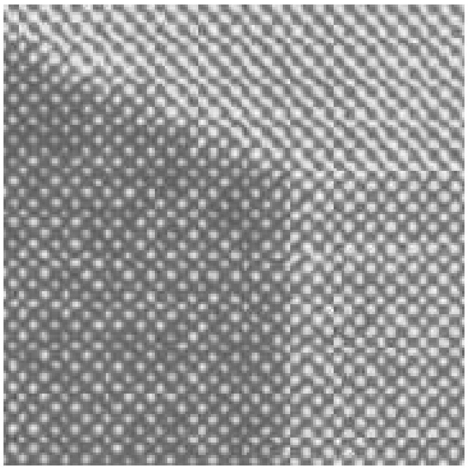

Figure VI

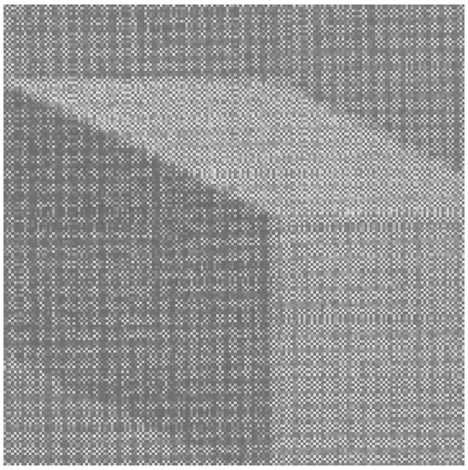

Figure VII