Université Bordeaux I
Maîtrise d'Informatique 1997/1998

Calculabilité et complexité : feuille 9

Exercice 9.1

Soit G un graphe, considéré suivant les cas comme orienté ou non. Démontrer que chacun des problèmes suivants se réduit polynomialement à chacun des autres :

1. *G (non orienté) admet-il un cycle hamiltonien ?*
2. *G (non orienté) admet-il une chaîne hamiltonienne ?*
3. *G (orienté) admet-il un circuit hamiltonien ?*
4. *G (orienté) admet-il un chemin hamiltonien ?*
5. *Sachant que G (non orienté) est biparti, G admet-il un cycle hamiltonien ?*

Exercice 9.2

Soit G un graphe non orienté, k un entier.

Le problème CLIQUE consiste à déterminer si G admet une clique de taille k, c'est-à-dire s'il existe un ensemble de k sommets de G reliés deux à deux par des arêtes.

Le problème COUVERTURE consiste à déterminer si G admet une couverture de taille k, c'est-à-dire s'il existe un ensemble de k sommets de G tel que toute arête de G ait au moins une extrémité dans cet ensemble.

Le problème STABLE consiste à déterminer si G admet un stable de taille k, c'est-à-dire s'il existe un ensemble de k sommets de G tel que toute arête de G ait au plus une extrémité dans cet ensemble.

Démontrer que les problèmes CLIQUE, COUVERTURE et STABLE sont NP-complets.

Exercice 9.3

Soit G un graphe non orienté, k un entier.

Le problème COLORABILITÉ consiste à déterminer s'il est possible de colorier les sommets de G en au plus k couleurs de façon que des sommets adjacents aient toujours des couleurs différentes.

Démontrer que 3-CONSAT se réduit polynomialement à COLORABILITÉ.