Université Bordeaux I
UFR de Mathématiques et Informatique **Session de septembre 1997**

Théorie des Langages

durée 2 heures; documents interdits

1 Exercice (5 points)

a) Donner un λ-terme qui permet de calculer la fonction

$$f(x, y) = x + 5y$$

b) calculer par β -réduction appliquée en un terme approprié la valeur de la fonction en $x = 2$ et $y = 2$.
c) Montrer que le λ-terme défini en a) est bien typé.

2 Problème (15 points)

On considére l'alphabet $X = \{a, b, c\}$ et les langages suivants:

$$\begin{aligned} M &= \{a^n b^p / n,\ p \in \quad, n \neq p\}, \\ L_0 &= \{a^n b^p c^q / n,\ p,\ q \in \mathrm{N}\}, \\ L_{11} &= \{a^n b^p c^p / n,\ p \in \mathrm{N}\}, \\ L_{12} &= \{a^n b^n c^p / n,\ p \in \mathrm{N}\}, \\ L_2 &= \{a^n b^n c^n / n \in \mathrm{N}\}, \end{aligned}$$

1) Montrer que M n'est pas un langage rationnel (Indication: on pourra choisir un sous ensemble infini de mots 2 à 2 non équivalents pour l'équivalence syntaxique). Donner une grammaire algébrique de M.
2) Exprimer L_2 en fonction de L_{11} et de L_{12}.
3) Exprimer L_{11} comme produit d'un langage rationnel et d'un langage algébrique.
4) En déduire une grammaire algébrique pour L_{11} dont on prouvera la validité.
5) On note $\overline{L}$ le complémentaire du langage L dans $X^\star$. Exprimer $\overline{L_{11}}$ comme union disjointe d'un rationnel et d'un algébrique. En déduire une grammaire algébrique de $\overline{L_{11}}$
6) Donner une grammaire algébrique de $\overline{L_2}$. Est-elle ambiguë?
7) En admettant que L_2 n'est pas algébrique, quelle conclusion en déduire pour la famille des langages algébriques?